Marius PERIANU
Costel ANGHEL
Grațian SAFTA
Lucian PETRESCU

ESENȚIAL
Matematică
clasa a VIII-a

I

art
educațional

CUPRINS

CAPITOLUL 1

NUMERE REALE

Competențe specifice vizate

1. Identificarea în exemple, în exerciţii sau în probleme a numerelor reale şi a formulelor de calcul prescurtat;
2. Utilizarea în exerciţii a definiţiei intervalelor de numere reale şi reprezentarea acestora pe axa numerelor;
3. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real şi utilizarea de algoritmi pentru optimizarea calculului cu numere reale;
4. Folosirea terminologiei aferente noţiunii de număr real (semn, modul, opus, invers, parte întreagă, parte fracţionară) în contexte variate;
5. Deducerea şi aplicarea formulelor de calcul prescurtat pentru optimizarea unor calcule;
6. Rezolvarea unor situaţii problemă utilizând rapoarte de numere reale reprezentate prin litere; interpretarea rezultatului.

CAPITOLUL 1 Numere reale

1.1. Mulţimi de numere reale: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Mulţimea numerelor naturale

Notaţii. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ..., n, ...\}$ este *mulţimea numerelor naturale;*

$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1, 2, ..., n, ...\}$ este *mulţimea numerelor naturale nenule*.

Observaţie. Mulţimea numerelor naturale $\mathbb{N}$ este *stabilă* în raport cu operaţiile de *adunare* şi *înmulţire*, adică suma a două numere naturale este un număr natural, iar produsul a două numere naturale este tot un număr natural.

Mulţimea numerelor întregi

Notaţii. $\mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, +1, +2, ...\}$ este *mulţimea numerelor întregi*;

$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ este *mulţimea numerelor întregi nenule*.

Observaţia 1. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ şi $\mathbb{Z} = \left\{\pm n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}\right\} = \left\{-n \,\middle|\, n \in \mathbb{N}^*\right\} \cup \{0\} \cup \mathbb{N}^*$.

Observaţia 2. Mulţimea numerelor întregi este *stabilă* în raport cu operaţiile de *adunare, scădere* şi *înmulţire*, adică suma, diferenţa şi produsul a două numere întregi sunt numere întregi.

Mulţimea numerelor raţionale

Notaţii. $\mathbb{Q} = \left\{\dfrac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z}^*\right\}$ este *mulţimea numerelor raţionale*;

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ este *mulţimea numerelor raţionale nenule*.

Observaţia 1. Mulţimea numerelor raţionale este *stabilă* în raport cu operaţiile de *adunare, scădere, înmulţire* şi *împărţire*, adică suma, diferenţa, produsul şi câtul a două numere raţionale (dintre care împărţitorul este nenul) sunt numere raţionale.

Observaţia 2. Pentru orice număr raţional nenul q există o *unică fracţie ireductibilă* $\dfrac{a}{b}$, cu $a \in \mathbb{Z}$ şi $b \in \mathbb{N}^*$, astfel încât $q = \dfrac{a}{b}$.

Observaţia 3. Un număr raţional poate fi reprezentat prin *fracţii ordinare echivalente* sau printr-o *fracţie zecimală finită* sau *periodică*.

Exemple. **a.** $\dfrac{12}{5} = \dfrac{24}{10} = 2,4$, fracţie zecimală *finită*;

b. $\dfrac{250}{6} = \dfrac{125}{3} = 41,666... = 41,(6)$, fracţie zecimală *periodică simplă*;

c. $\dfrac{1505}{6} = 250,8333... = 250,8(3)$, fracţie zecimală *periodică mixtă*.

Mulţimea numerelor reale

Notaţii. $\mathbb{R}$ este *mulţimea numerelor reale*;

$\mathbb{R}^*$ este *mulţimea numerelor reale nenule*;

$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ este *mulţimea numerelor iraţionale*.

Observaţia 1. $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$.

Observaţia 2. Orice *număr iraţional* este reprezentat de o *fracţie zecimală infinită şi neperiodică*.

Observaţia 3. Reciproc, dacă un *număr real* este reprezentat de o *fracţie zecimală infinită şi neperiodică*, atunci *numărul este iraţional*.

CUNOAŞTERE ŞI EXERSARE

1. În dreptul fiecăreia dintre propoziţiile de mai jos, înscrieţi litera **A** dacă propoziţia este adevărată, sau **F** dacă propoziţia este falsă:

a) $101\in\mathbb{N}$; ***b)*** $\sqrt{25}\notin\mathbb{Q}$; ***c)*** $1,(5)\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$;

d) $5^{-1}\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$; ***e)*** $\frac{24}{18}\in\mathbb{Z}$; ***f)*** $-\frac{6}{-2}\in\mathbb{N}$.

2. Înscrieţi în celulele tabelului de mai jos cuvântul **da** sau **nu** în funcţie de relaţia de apartenenţă a numerelor aflate pe prima coloană la mulţimile indicate pe prima linie:

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-\sqrt{9}$							
$0,2$							
$1,(3)$							
$\sqrt{5}$							
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$							
$4\cdot\sqrt{0,25}$							
$\frac{4}{5}$							
$-\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}$							

3. Se consideră secvenţa de numere: $-(-2)$; $-\frac{1}{3}$; $-\sqrt{9}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^0$; $0,2013$; $-\sqrt{5^3}$; $1,(2)$; $2,0(3)$; $-\sqrt{0,25}$. Dintre acestea,

a) numerele naturale sunt ... ; ***b)*** numerele întregi şi negative sunt ... ;

Marius PERIANU • Costel ANGHEL • Graţian SAFTA • Lucian PETRESCU

c) numerele iraționale sunt … ; *d)* numerele raționale şi neîntregi sunt … .

4. Fie mulțimea $A=\left\{\sqrt{5};\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-1};\ 2,0(14);\ 0^{2014};\ -\sqrt{1\frac{7}{9}};\ \sqrt{5^2-4^2}\right\}$. Determinați elementele fiecăreia dintre următoarele mulțimi:

a) $A\cap\mathbb{N}$; *b)* $A\cap(\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N})$; *c)* $A\cap\mathbb{Q}$;

d) $A\cap(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z})$; *e)* $A\cap\mathbb{Q}^*$; *f)* $A\cap(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})$.

5. Asociați fiecărei litere aflată în coloana din stânga cifra corespunzătoare aflată în coloana din dreapta astfel încât numărul real scris în dreptul literei să aparțină mulțimii scrise în dreptul cifrei:

A) $-\sqrt{(-3)^2}$ **1)** $\mathbb{N}$

B) $5^{-1}+0,8$ **2)** $\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$

C) $0,1(6)$ **3)** $\mathbb{Q}_-\setminus\mathbb{Z}$

D) $\sqrt{2^3+3^2}$ **4)** $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

5) $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$

6. Asociați fiecărei litere aflată în coloana din stânga numărul corespunzător aflat în coloana din dreapta astfel încât calculul scris în dreptul literei să aibă ca rezultat numărul aflat în dreptul cifrei:

A) suma dintre un număr real şi opusul său **1)** 1

B) inversul numărului 0,5 **2)** 3

C) produsul dintre un număr real nenul şi inversul său **3)** 9

D) rădăcina pătrată a numărului $\sqrt{81}$ **4)** 2

5) 0

7. Asociați fiecărei litere aflată în coloana din stânga numărul corespunzător aflat în coloana din dreapta astfel încât numărul real scris în dreptul literei să fie egal cu cel aflat în dreptul cifrei:

A) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ **1)** 0,5

B) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ **2)** 0,(6)

C) $-\left(-\frac{1}{2}\right)$ **3)** 0,(3)

D) $\sqrt{3^{-2}}$ **4)** 0,75

5) 1,5

8. Dintre următoarele fracții, indicați fracțiile reductibile:

a) $\frac{42}{24}$; *b)* $\frac{11}{12}$; *c)* $\frac{33}{18}$; *d)* $\frac{1005}{105}$;

e) $\frac{100}{92}$; *f)* $\frac{77}{30}$; *g)* $\frac{2013}{2014}$; *h)* $\frac{2424}{3636}$.

ACUMULARE ŞI CONSOLIDARE

9. Reprezentaţi sub formă de fracţie ordinară fiecare dintre numerele:

a) $5,2$; *b)* $11,22$; *c)* $3,(5)$; *d)* $2,(6)$;

e) $1,(02)$; *f)* $1,2(32)$; *g)* $2,3(2)$; *h)* $0,2(14)$.

10. Reprezentaţi sub formă de fracţie ordinară ireductibilă fiecare dintre numerele:

a) $1,2$; *b)* $0,75$; *c)* $1,(2)$; *d)* $0,(12)$;

e) $1,0(3)$; *f)* $0,1(3)$; *g)* $1,10(6)$; *h)* $3,1(45)$.

11. Transformaţi următoarele fracţii ordinare în fracţii zecimale, amplificându-le, eventual, convenabil:

a) $\frac{17}{10}$; *b)* $\frac{11}{50}$; *c)* $\frac{1}{20}$; *d)* $\frac{31}{25}$;

e) $\frac{11}{40}$; *f)* $\frac{2}{9}$; *g)* $\frac{41}{99}$; *h)* $\frac{25}{33}$.

12. Transformaţi următoarele fracţii ordinare în fracţii zecimale, simplificându-le, eventual, mai întâi:

a) $\frac{42}{20}$; *b)* $\frac{66}{200}$; *c)* $\frac{35}{500}$; *d)* $\frac{14}{18}$;

e) $\frac{18}{27}$; *f)* $\frac{100}{198}$; *g)* $\frac{21}{270}$; *h)* $\frac{37}{330}$.

13. Reprezentaţi următoarele numere raţionale sub formă de fracţie zecimală:

a) $\frac{3}{4}$; *b)* $\frac{4}{5}$; *c)* $\frac{123}{6}$; *d)* $\frac{41}{6}$;

e) $\frac{30}{45}$; *f)* $\frac{51}{21}$; *g)* $\frac{12}{11}$; *h)* $\frac{12}{13}$.

14. Dintre următoarele fracţii, indicaţi fracţiile echivalente cu fracţia $\frac{2}{3}$:

a) $\frac{6}{9}$; *b)* $\frac{30}{20}$; *c)* $\frac{15}{25}$; *d)* $\frac{12}{18}$;

e) $\frac{36}{54}$; *f)* $\frac{8}{16}$; *g)* $\frac{-14}{-21}$; *h)* $-\frac{-100}{150}$.

15. Determinaţi numerele naturale nenule a şi b pentru care fracţia ireductibilă $\frac{a}{b}$ este echivalentă cu fracţia:

a) $\frac{12}{21}$; *b)* $\frac{26}{18}$; *c)* $\frac{120}{55}$; *d)* $\frac{77}{88}$;

e) $\frac{123}{321}$; *f)* $\frac{404}{303}$; *g)* $\frac{5000}{6000}$; *h)* $\frac{9898}{8989}$.

16. Scrieți numerele raționale de mai jos sub forma $\frac{a}{b}$, cu $a \in \mathbb{Z}$ şi $b \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{-7}{-6}$; *b)* $-\frac{-41}{-23}$; *c)* $-2\frac{1}{11}$; *d)* $0{,}125$;

e) $1{,}(6)$; *f)* $-4{,}(56)$; *g)* $-5{,}2(6)$; *h)* $0{,}65(4)$.

17. Dați câte un exemplu de :

a) număr întreg al cărui opus este număr natural;
b) număr rațional al cărui invers este număr întreg;
c) număr irațional al cărui pătrat este număr natural;
d) număr real exprimat sub forma unei fracții zecimale neperiodică şi infinită.

18. Reprezentați în baza 10 următoarele numere raționale:

a) 321; *b)* $0{,}123$; *c)* $65{,}43$; *d)* $13{,}579$;

e) $20{,}(1)$; *f)* $3{,}(09)$; *g)* $0{,}1(2)$; *h)* $1{,}23(45)$.

Rezolvare. *a)* $321 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$.

c) $65{,}43 = 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + \frac{4}{10^1} + \frac{3}{10^2}$.

19. Determinați, în fiecare din situațiile următoare, numerele întregi n pentru care relațiile următoare reprezintă propoziții adevărate:

a) $\frac{7}{n+1} \in \mathbb{N}$; *b)* $\frac{15}{2n-1} \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; *c)* $\frac{10}{3n+1} \in \mathbb{Z}$;

d) $\frac{3n}{3n+1} \in \mathbb{Z}_+$; *e)* $\frac{4n+2}{4n-3} \in \mathbb{Z}$; *f)* $\frac{6n+15}{3n+2} \in \mathbb{N}$.

20. Numerele 12,12 ; 0,(12) şi 1,1(6) se scriu sub formă de fracție zecimală.

a) Scrieți a 100-a zecimală a fiecărui număr;
b) Determinați a 2013-a zecimală a fiecărui număr;
c) Calculați suma primelor 2014 zecimale pentru fiecare număr.

21. Dați câte trei exemple de numere naturale n pentru care fracția $\frac{12}{n}$ este:

a) subunitară; *b)* ireductibilă; *c)* reductibilă;
d) zecimală finită; *e)* periodică simplă; *f)* periodică mixtă.

22. Aflați cel mai mic număr natural nenul a pentru care fracțiile $\frac{a}{8}$, $\frac{a}{6}$ şi $\frac{a}{12}$ reprezintă simultan numere naturale.

23. Scrieți un număr rațional cuprins între $\frac{3}{5}$ şi $\frac{2}{3}$ sub formă de:

a) fracție zecimală finită; *b)* fracție zecimală periodică; *c)* fracție ordinară.

24. Demonstrați că numerele următoare sunt raționale:

a) $\left(5\sqrt{27} + 3\sqrt{12}\right) : \sqrt{3}$; *b)* $\left(8\sqrt{8} - 18\sqrt{18}\right) : \left(32\sqrt{32}\right)$;

c) $\left(\sqrt{\frac{25}{98}}+\sqrt{\frac{49}{32}}\right):\sqrt{2}$; *d)* $\frac{\sqrt{a^2}}{|a|}$, unde $a \in \mathbb{R}^*$.

25. Stabiliți dacă numărul $\sqrt{A}$ este rațional în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $A = 1^2 + 2^3$; *b)* $A = 1+3+5+7+...+2013$;

c) $A = 1\cdot 2\cdot ...\cdot 2014 + 2$; *d)* $A=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$.

26. Scrieți elementele mulțimilor:

a) $A=\left\{x\in\mathbb{N} \mid x=\sqrt{n},\ n\in\{1,2,\ldots,10\}\right\}$; *b)* $B=\left\{x\in\mathbb{Z} \,\middle|\, \frac{x+6}{x+2}\in\mathbb{Z}\right\}$;

c) $C=\left\{x\in\mathbb{N} \mid x<10 \text{ și } \sqrt{x}\notin\mathbb{N}\right\}$; *d)* $D=\left\{x\in\mathbb{N} \mid \sqrt{x^2+1}\in\mathbb{N}\right\}$.

27. Determinați cifrele *a*, *b*, *c* astfel încât să aibă loc relațiile:

a) $\sqrt{\overline{baa}}\in\mathbb{N}$; *b)* $\sqrt{\overline{abc}}\ \vdots\ 10$; *c)* $\sqrt{\overline{ab}+\overline{ba}}\in\mathbb{N}$.

28. Se consideră numărul $a=\frac{12}{18}$ și mulțimea $A=\{a;2a;3a;...;18a\}$.

a) Determinați numărul de elemente din mulțimea $A\cap\mathbb{N}$;

b) Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din *A*, acesta să fie număr natural.

APROFUNDARE ȘI DEZVOLTARE

29. Arătați că dacă $p\in\mathbb{Q}$, atunci numărul $\sqrt{(p^2+1)^2-(p^2-1)^2}$ este rațional.

30. Fie $n\geq 2$ un număr natural. Arătați că dacă numărul $x\in\mathbb{R}^*$ verifică relația $x+\frac{1}{x}=\sqrt{n^2+2}$, atunci $\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}}\in\mathbb{N}$.

31. Înscrieți în celulele tabelului alăturat patru numere iraționale, respectând, în fiecare caz de mai jos, condițiile precizate:

a) sumele numerelor aflate pe fiecare linie, respectiv coloană să fie raționale;

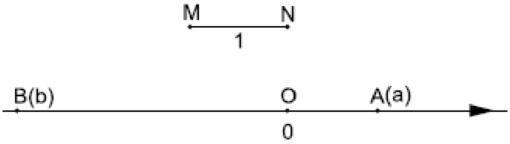
b) produsele numerelor aflate pe fiecare linie, respectiv coloană să fie raționale;

c) atât sumele, cât și produsele numerelor aflate pe fiecare linie, respectiv coloană să fie raționale.

32. Marius face următoarea afirmație către prietenul său Cristi: „orice număr natural nenul n ai alege, eu îți pot găsi dimensiunile unui dreptunghi (și care nu e pătrat!), a cărui arie să fie egală cu n și în care diferența dintre lungime și lățime să fie egală cu 2”. Este oare adevărată afirmația lui Marius? Justificați răspunsul.

1.2. Reprezentarea pe axă a numerelor reale. Compararea şi ordonarea numerelor reale

Axa numerelor reale este o dreaptă pe care s-a fixat un punct O numit *origine*, un *segment unitate* şi un *sens pozitiv* (consemnat printr-o săgeată).



Oricărui punct A de pe axa numerelor îi corespunde un număr real a, numit *abscisa punctului A* şi notăm $A(a)$.

Reciproc, oricărui număr real b îi corespunde pe axa numerelor punctul $B(b)$, numit *imaginea* numărului real b. Punctului O îi corespunde numărul real 0. Numerele *reale pozitive* se reprezintă pe semidreapta care indică sensul pozitiv.

Observaţie. Abscisa unui punct A de pe axa numerelor se mai notează şi x_A. Dacă $A(x_A)$ şi $B(x_B)$ sunt două puncte pe axa numerelor, lungimea segmentului $[AB]$ este $AB = |x_B - x_A|$.

Compararea şi ordonarea numerelor reale.

Spunem că numărul real a este *mai mare* decât numărul real b, dacă există un număr real pozitiv c astfel încât $a = b + c$. Notăm $a > b$.

Echivalent, scriem $b < a$ şi citim b este mai mic decât a. Dacă $a > b$ sau $a = b$, spunem că numărul real a este *mai mare sau egal* cu numărul real b şi notăm $a \geq b$, sau, echivalent, spunem că b este *mai mic sau egal* cu a şi notăm $b \leq a$.

Observaţii.

1. Oricare două numere reale *pot fi comparate* în sensul că, dacă a şi b sunt numere reale, atunci $a > b$ sau $a = b$ sau $b > a$.
2. Orice număr *pozitiv* este *mai mare* decât zero şi orice număr *negativ* este *mai mic* decât zero.
3. Orice număr negativ este mai mic decât orice număr pozitiv.

Proprietăţile relaţiei de ordine

1. *Reflexivitatea*: $a \geq a$, oricare ar fi numărul real a.
2. *Antisimetria*: Oricare ar fi numerele a şi b, dacă $a \geq b$ şi $b \geq a$, atunci $a = b$.
3. *Tranzitivitatea*: Oricare ar fi numerele a, b şi c, dacă $a \geq b$ şi $b \geq c$, atunci $a \geq c$.
4. Relația $\geq$ este *compatibilă* cu operațiile de adunare şi înmulțire a numerelor reale, adică, oricare ar fi numerele a şi b, inegalitatea $a \geq b$ este echivalentă cu:
   a) $a + c \geq b + c, \forall c \in \mathbb{R}$; **b)** $a \cdot c \geq b \cdot c, \forall c > 0$; **c)** $a \cdot c \leq b \cdot c, \forall c < 0$.
5. Dacă $a \geq b$ şi $c \geq d$, atunci $a + c \geq b + d$.
   Dacă $a \geq b \geq 0$ şi $c \geq d \geq 0$, atunci $a \cdot c \geq b \cdot d \geq 0$.

Partea întreagă şi partea fracţionară a unui număr real.

Partea întreagă a numărului real x, notată $[x]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu x.

Numărul $\{x\} = x - [x]$ se numeşte *partea fracționară* a numărului real x.

Exemple.

1. $[1{,}53] = 1$, deoarece $1 \le 1{,}53 < 2$ şi $\{1{,}53\} = 1{,}53 - [1{,}53] = 1{,}53 - 1 = 0{,}53$.
2. $[-1{,}53] = -2$, fiindcă $-2 \le 1{,}53 < -1$ şi $\{-1{,}53\} = -1{,}53 - [-1{,}53] = -1{,}53 - (-2) = 0{,}47$.

Proprietăţi ale părţii întregi a unui număr real

1. $[x] \le x < [x] + 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
2. $[x] = x$ dacă şi numai dacă $x \in \mathbb{Z}$.
3. $[x + k] = [x] + k$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ şi oricare ar fi $k \in \mathbb{Z}$.
4. $[x] + [y] \le [x + y] \le [x] + [y] + 1$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

Proprietăţi ale părţii fracţionare a unui număr real

1. $0 \le \{x\} < 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
2. $\{x\} = x$ dacă şi numai dacă $0 \le x < 1$.
3. $\{x\} = 0$ dacă şi numai dacă $x \in \mathbb{Z}$.
4. $\{x + k\} = \{x\}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ şi oricare ar fi $k \in \mathbb{Z}$.

Aproximări şi rotunjiri. Fie x un număr real, r un număr raţional şi e un număr real dat. Spunem că numărul raţional r îl *aproximează* pe x (este *aproximare* a lui x) cu *eroare* cel mult egală cu e dacă $|x - r| \le e$.

Aproximarea se face prin *lipsă* dacă $r < x$ sau prin *adaos* dacă $r \ge x$.

Observaţie. Fie x un număr real pozitiv şi $e = 10^{-p}, p \in \mathbb{Z}$. Atunci:

1. O aproximare a lui x prin lipsă cu eroare de cel mult 10^{-p} este
$$x_l = 10^{-p} \cdot [10^p \cdot x].$$
2. O aproximare a lui x prin adaos cu eroare de cel mult 10^{-p} este
$$x_a = 10^{-p}\left([10^p \cdot x] + 1\right).$$
3. Rotunjirea lui x cu eroare de cel mult 10^{-p} este $r = \begin{cases} x_l, \text{ dacă } x - x_l < x_a - x \\ x_a, \text{ dacă } x - x_l \ge x_a - x \end{cases}$.

Exemple:

1. Pentru $p = 1$ se obţin aproximări ale lui x, prin lipsă sau prin adaos, cu eroare cel mult egală cu 10^{-1} (altfel spus, aproximările cu eroare de cel mult o zecime). Fie $x = 24{,}53$ avem

– o aproximare a lui x prin lipsă: $x_l = 10^{-1} \cdot [10 \cdot 24{,}53] = 24{,}5$;

– o aproximare a lui x prin adaos: $x_a = 10^{-1}\left([10^1 \cdot 24{,}53] + 1\right) = 24{,}6$.

Cum $x - x_l = 24{,}53 - 24{,}5 = 0{,}03$ şi $x_a - x = 24{,}6 - 24{,}53 = 0{,}07$, iar $0{,}03 < 0{,}07$ rezultă că numărul 24,5 îl rotunjeşte pe 24,53 cu eroare de cel mult 10^{-1} (o zecime).

2. Pentru $p = -2$, se obţin aproximări ale lui x cu eroare cel mult egală cu 10^2 (altfel spus aproximările la ordinul sutelor). Pentru $x = 321{,}4$ avem:

– o aproximare a lui x prin lipsă : $x_l = 10^2 \cdot [10^{-2} \cdot 321{,}4] = 10^2 \cdot 3 = 300$;

– o aproximare a lui x prin adaos: $x_a = 10^2 \cdot \left([10^{-2} \cdot 321{,}4] + 1\right) = 10^2 \cdot 4 = 400$.