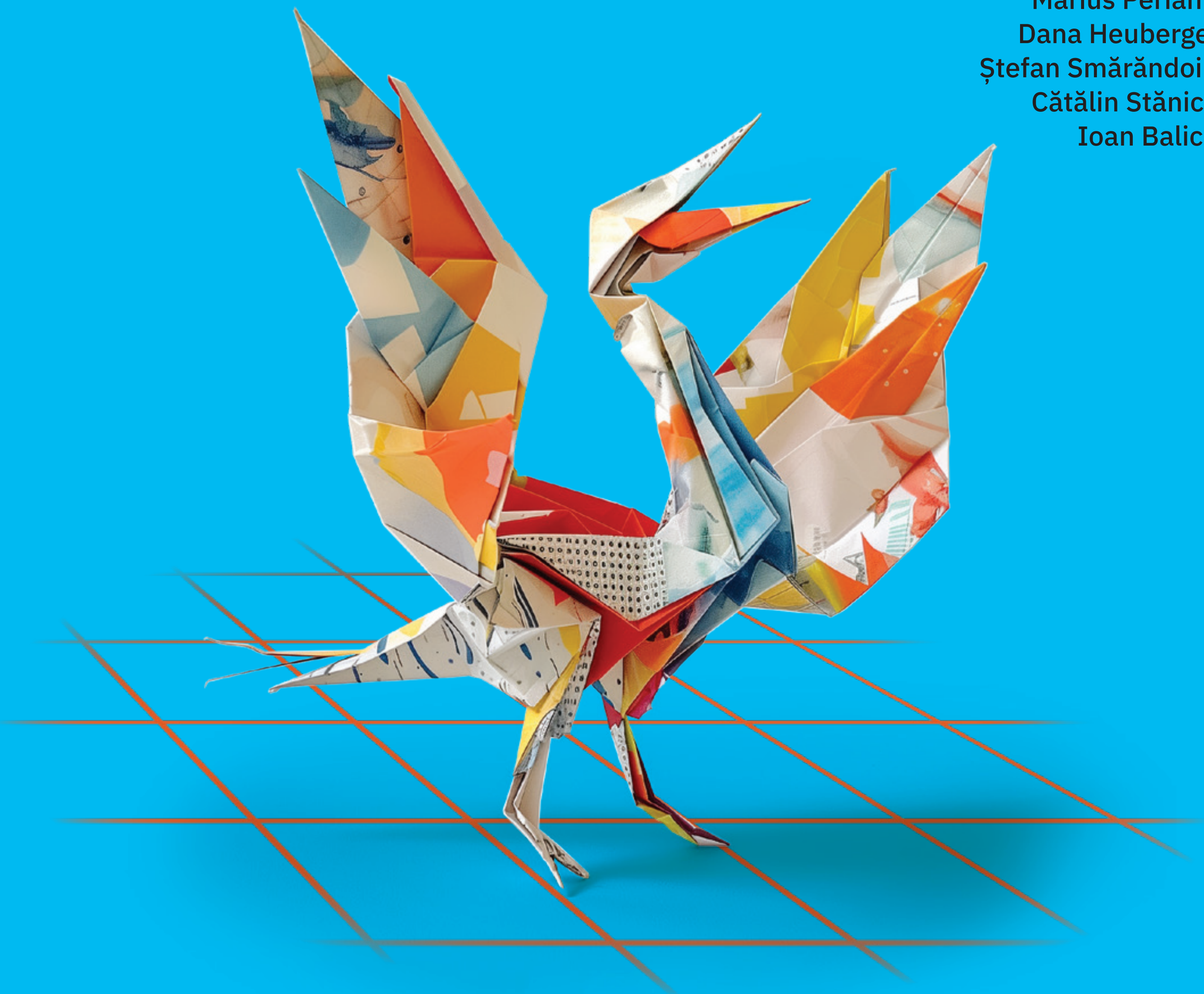
Ministerul Educației

Marius Perianu
Dana Heuberger
Ștefan Smărăndoiu
Cătălin Stănică
Ioan Balica



Matematică

Clasa a VII-a

Acest manual școlar este realizat în conformitate cu Programa școlară aprobată prin Ordinul ministrului educației naționale nr. 3393/28.02.2017.

119 – număr unic de telefon la nivel național pentru cazurile de abuz împotriva copiilor

116.111 – numărul de telefon de asistență pentru copii

Ministerul Educației

Marius Perianu
Dana Heuberger
Ștefan Smărăndoiu
Cătălin Stănică
Ioan Balica

Matematică

Clasa a VII-a

7

Manualul școlar a fost aprobat de Ministerul Educației prin ordinul de ministru nr. 5420 / 04.07.2024.

Manualul este distribuit elevilor în mod gratuit, atât în format tipărit, cât și în format digital, și este transmisibil timp de patru ani școlari, începând din anul școlar 2024-2025.

Inspectoratul Școlar . . . .

Școala / Colegiul / Liceul . . . .

ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE:

Anul	Numele elevului	Clasa	Anul școlar	Aspectul manualului*			
				format tipărit		format digital	
				la primire	la predare	la primire	la predare
1							
2							
3							
4							

* Pentru precizarea aspectului manualului se va folosi unul dintre următorii termeni: ***nou***, ***bun***, ***îngrijit***, ***neîngrijit***, ***deteriorat***.

- Cadrele didactice vor verifica dacă informațiile înscrise în tabelul de mai sus sunt corecte.
- Elevii nu vor face niciun fel de însemnări pe manual.

Referenți științifici:

- conf. univ. dr. Eugen Păltănea, Facultatea de Matematică și Informatică, Universitatea „Transilvania” din Brașov
- prof. gradul I Vladimir Cerbu, Colegiul Național Militar „Ștefan cel Mare” din Câmpulung Moldovenesc

Coordonator redacție: Cătălin Georgescu
Editor-coordonator: Mihaela Preda
Redactare: Irina Munteanu
Copertă: Faber Studio
Tehnoredactare: Crenguța Rontea
Activități digitale interactive și platformă e-learning: Learn Forward Ltd. Website: https://learnfwd.com
Înregistrare sunet și postprocesare: ML Sistem Consulting
Voce: Camelia Pintilie
Animații: S.C. Film Experience S.R.L.
Credite foto și video: Dreamstime

ISBN 978-606-076-829-6

Pentru comenzi puteți contacta Departamentul Difuzare
C.P. 12, O.P. 63, sector 1, București
Telefoane: 021 796 73 83; 021 796 73 80
Fax: 021 369 31 99
www.art-educational.ro

Cuvânt-înainte

Matematica este arta de a construi realitatea și de a oferi înțelesuri noi cunoașterii umane. Urmând definiția artei, matematica presupune exersare și îndemânare, cunoaștere și simț estetic și, mai ales, imaginație și intuiție. Matematica este poezia ideilor logice, iar adevărurile matematice sunt gamele muzicale în care este scrisă simfonia legilor naturii.

Matematica clasei a VII-a este povestea marilor descoperiri: începem călătoria măsurând realitatea cu mărimi și forme noi (Unitatea 1: Mulțimea numerelor reale), apoi transpunem problemele practice în modele matematice (Unitatea 2: Ecuații și sisteme de ecuații liniare) și stabilim coordonate matematice pentru lumea înconjurătoare sau pentru activitățile cotidiene (Unitatea 3: Elemente de organizare a datelor). Realitatea se descrie în forme noi, drepte (Unitatea 4: Patrulatere) sau rotunde (Unitatea 5: Cercul), și se modelează în dimensiuni mai mari sau mai mici (Unitatea 5: Asemănarea triunghiurilor). Cum orice final amintește de început, ultima aventură aduce împreună numerele și formele geometrice (Unitatea 7: Relații metrice).

Pentru ca aventura noastră matematică să fie încununată de succes, manualul ne poartă printre idei, concepte, definiții și teoreme folosind o exprimare prietenoasă, apropiată de elev, apelând la simțul practic și la intuiție. Introducerea conceptelor matematice se face plecând de la exemple din realitatea imediată, de la experiențele de zi cu zi. Matematica apare astfel ca o lume deschisă, vie, dinamică, în strânsă legătură cu toate domeniile de activitate, capabilă să formuleze, să descrie și să explice situații, probleme, fenomene sau procese.

Deși nu apare la cuprins, adevărata lecție din acest manual este aceea care ne învață să ne punem întrebarea: „De ce?“. Educația matematică este nu doar o simplă activitate de învățare, ci reprezintă *antrenarea minții pentru a gândi*. Manualul oferă, la fiecare pas, momente de investigație, de reflecție, ocazii de a pune întrebări și de a corela răspunsurile posibile cu datele situațiilor analizate.

Matematica este cea mai frumoasă și mai profundă creație a spiritului uman. Umanitatea are nevoie de matematică, pentru că tot ceea ce există în Univers nu este doar descris de matematică, ci este construit din matematică.

Acest manual este ghidul de călătorie în universul minunat al matematicii.

Autorii

Prezentarea manualului

Manualul este împărțit în șapte unități care acoperă integral conținutul prevăzut de programa școlară. Lecțiile care compun o unitate sunt prezentate în mod coerent, unitar, într-un stil consecvent.

Fiecare lecție debutează cu o problemă practică, pe baza căreia se introduc noile concepte. Acestea sunt conturate apoi într-un limbaj matematic care echilibrează nivelul descriptiv cu rigoarea specifică matematicii. Noțiunile noi sunt însoțite de exemple semnificative, comentarii și aplicații.

Manualul acordă o atenție sporită gândirii critice și dezvoltării calculului mintal, prin zone dedicate, încurajând în același timp activitățile de grup, independența în gândire și dezvoltarea încrederii în sine. Evaluarea se realizează prin forme și instrumente diversificate, orientate spre formarea și dezvoltarea competențelor matematice.

Manualul cuprinde:
varianta tipărită

+

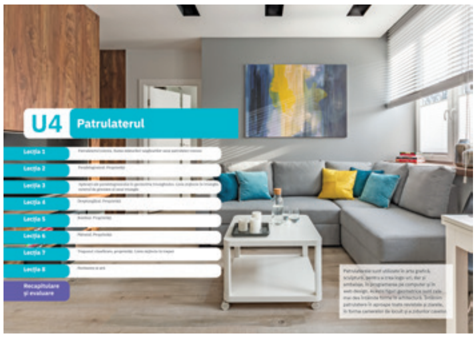
varianta digitală, similară cu cea tipărită, care are în plus activități multimedia interactive de învățare, cu rolul de a spori valoarea cognitivă.
Varianta digitală este accesibilă pe platforma www.manuale.edu.ro.

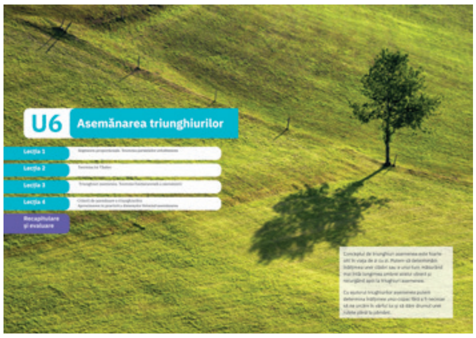
Instrucțiuni de utilizare a manualului digital

Varianta digitală a manualului este similară cu cea tipărită, având în plus 155 de AMII, activități multimedia interactive de învățare, cu rolul de a spori valoarea cognitivă. Activitățile multimedia interactive de învățare sunt de trei feluri, simbolizate pe parcursul manualului astfel:

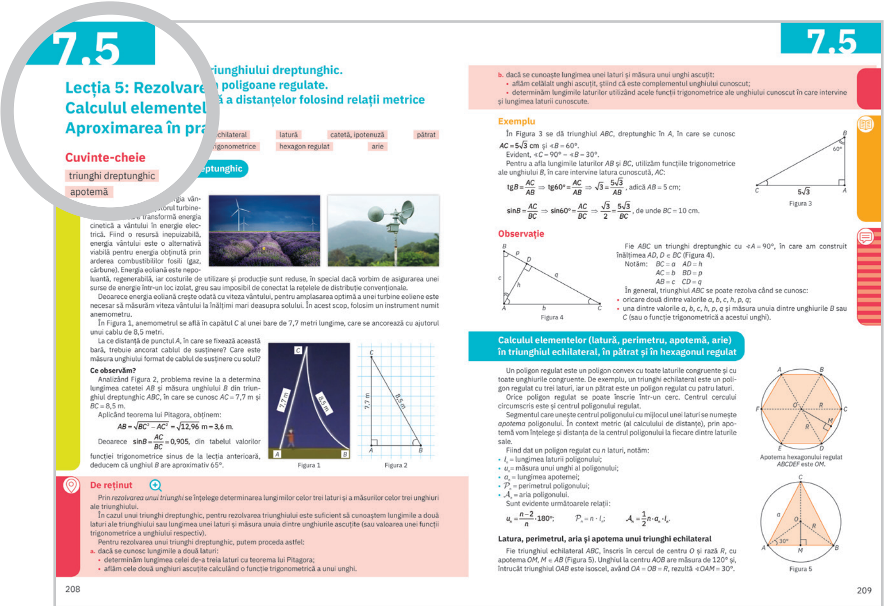
- **Activitate statică**, de ascultare activă și de observare dirijată a unei imagini semnificative
- **Activitate animată**, filmuleț sau scurtă animație
- **Activitate interactivă**, de tip exercițiu sau joc, în urma căreia elevul are feedback imediat

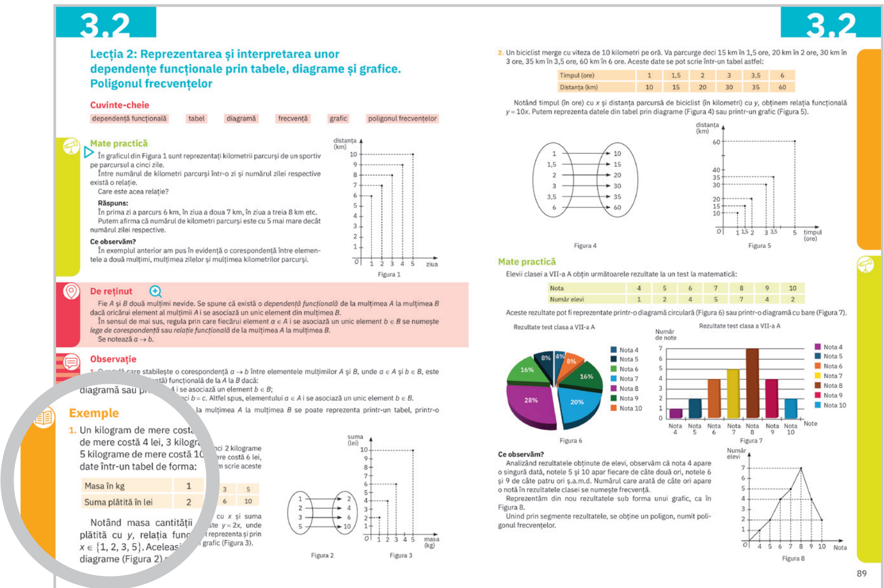
Manualul este structurat în 7 unități de învățare

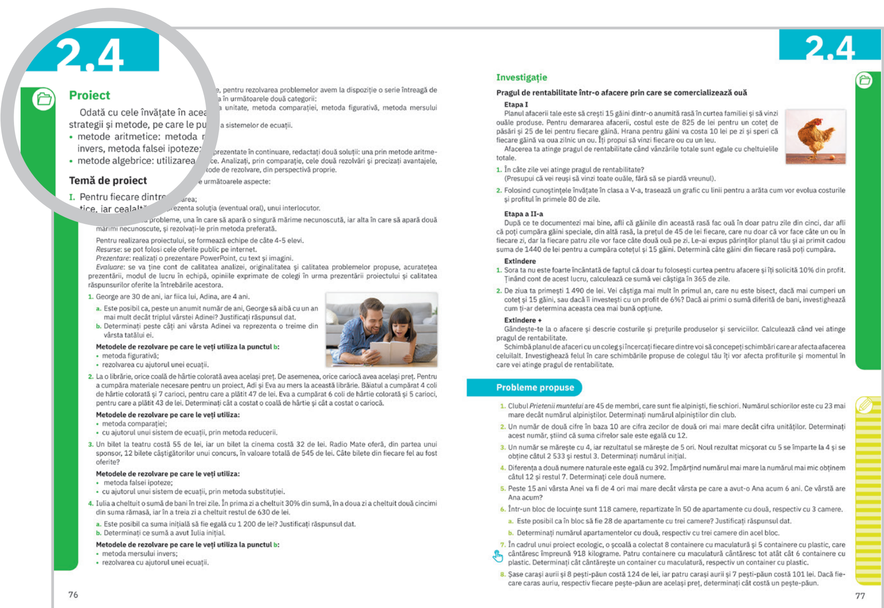


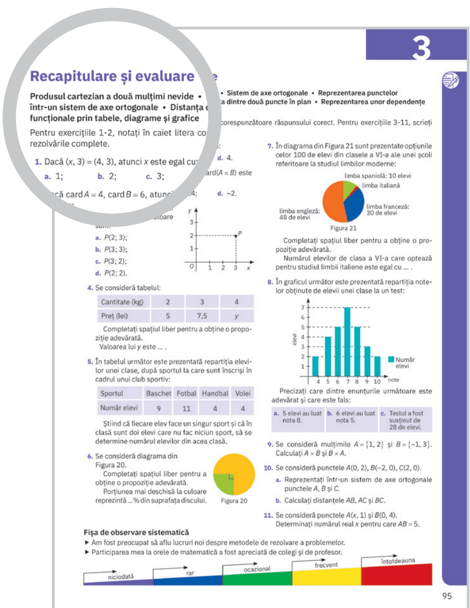


Structura unității de învățare









Alte butoane folosite în varianta digitală:

- Cuprins
- Ecran complet
- Mod de afișare 2 pagini (tip carte)
- Mod de afișare pagină lată (pagină sub pagină)
- Mod de afișare digital responsive
- Mod de afișare comutare automată
- Notițe
- Ajutor
- Navigare către pagina precedentă
- Navigare către pagina următoare

Cuprins

Competențe generale și specifice

Competențe generale

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

Competențe specifice

1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui $\mathbb{R}$
1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame
1.4. Identificarea patrulaterelor particulare în configurații geometrice date
1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date
1.6. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date
1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată
2.1. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora
2.4. Descrierea patrulaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date
2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
2.6. Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri
2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia
3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
3.2. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare
3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora
3.4. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme
3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme
3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii
3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
4.2. Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare
4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor
4.4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere
4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic
4.6. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea
4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic
5.1. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
5.2. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare
5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor
5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice
5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice
5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic
6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale
6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare
6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)
6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere
6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri
6.6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor
6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

U1 Mulțimea numerelor reale

Majoritatea numerelor pe care le utilizăm cotidian sunt numere reale. Printre acestea se află: numărul banilor pe care îi avem în portofel, statisticile pe care le vedem la emisiunile sportive, măsurile din cărțile de bucate. Apelăm la numere reale pentru a indica viteza vântului, cantitățile de precipitații, distanțele, dar și volumul de benzină din rezervor și pulsul cardiac.

1.1

Lecția 1: Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv

Cuvinte cheie

pătrat perfect · rădăcină pătrată · radical

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural

Mate practică

Terenul din imagine are forma unui pătrat, iar aria sa este egală cu 6 400 m^2.

Ce lungime are latura terenului?

Aria unui pătrat este egală cu pătratul lungimii laturii pătratului.

Notând cu l lungimea laturii terenului, exprimată în metri, aria terenului este l^2 metri pătrați.

Așadar, $l^2 = 6\,400$. Cum $80^2 = 6\,400$, obținem $l = 80$ m.

Ce observăm?

În anumite situații practice, este necesar să determinăm un număr natural n cunoscând cât este pătratul său n^2. Această operație se numește *extragerea rădăcinii pătrate* a numărului n^2.

Un număr natural care este pătratul unui alt număr natural se numește pătrat perfect.

De reținut

Fie a un număr natural pătrat perfect. Se numește *rădăcina pătrată* a sa numărul natural n astfel încât $n^2 = a$.

Numărul n se notează $\sqrt{a}$ și se citește *radical din* a. Astfel, se poate scrie:

$$\sqrt{a} = n \text{ dacă și numai dacă } n^2 = a.$$

Exemple

1. $\sqrt{0} = 0$, deoarece $0^2 = 0$;
2. $\sqrt{25} = 5$, deoarece $5^2 = 25$;
3. $\sqrt{121} = 11$, deoarece $11^2 = 121$;
4. $\sqrt{729} = 27$, deoarece $27^2 = 729$;
5. $\sqrt{1024} = 32$, deoarece $32^2 = 1\,024$;
6. $\sqrt{7225} = 85$, deoarece $85^2 = 7\,225$.

Observație

Legătura dintre operația de ridicare la pătrat și operația de extragere a rădăcinii pătrate

Din definiția rădăcinii pătrate a unui număr natural pătrat perfect rezultă imediat că:

1. $\sqrt{n^2} = n$, pentru orice număr natural n;
2. $(\sqrt{a})^2 = a$, pentru orice număr natural pătrat perfect a.

Cu alte cuvinte, operațiile de ridicare la pătrat și de extragere a rădăcinii pătrate sunt operații inverse una celeilalte.

$$n \xrightarrow{\text{ridicarea la pătrat}} n^2, \qquad n^2 \xrightarrow{\text{extragerea rădăcinii pătrate}} n$$

Exemple

1. $\sqrt{7^2} = 7$, deoarece $\sqrt{7^2} = \sqrt{49} = 7$;
2. $(\sqrt{16})^2 = 16$, deoarece $(\sqrt{16})^2 = 4^2 = 16$;
3. $\sqrt{5^2} = 5$, deoarece $\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$;
4. $(\sqrt{81})^2 = 81$, deoarece $(\sqrt{81})^2 = 9^2 = 81$.

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional pozitiv

În paragraful anterior, am văzut că dacă un număr natural a se poate scrie ca pătratul unui alt număr natural n, atunci a se numește pătrat perfect, iar n se numește rădăcina pătrată (sau radicalul) lui a.

Vom extinde această definiție și pentru pătratele unor numere raționale pozitive.

Activitate pe grupe

1. Lucrând în echipe de câte 2 elevi, copiați și completați tabelul:

x	0,7	1,2	1,3	1,4	1,5	4,5	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{11}{101}$
x^2	0,49					20,25		$\frac{49}{25}$		

2. Transcrieți pe caiete tabelul de mai jos, verificați corectitudinea datelor și determinați, prin încercări, valorile numerelor raționale pozitive x care trebuie scrise în cea de a doua linie a tabelului astfel încât să existe corespondența indicată între x^2 și x:

x^2	0,01	1,69	1,96	2,25	8,41	30,25	$\frac{4}{9}$	$\frac{49}{25}$	$\frac{169}{81}$	$\frac{256}{625}$
x	0,1				2,9		$\frac{2}{3}$			

3. Comparați, între echipe, rezultatele obținute, atât pentru primul, cât și pentru al doilea tabel, și analizați legăturile ce există între datele din cele două tabele.

De reținut

Fie a un număr rațional pozitiv care se poate scrie ca pătratul unui număr rațional.
Numărul rațional pozitiv x cu proprietatea $x^2 = a$ se numește *rădăcina pătrată* a numărului rațional a.

Ca mai înainte, x se notează $\sqrt{a}$ și se citește *radical din a*. Astfel, dacă numărul rațional $a > 0$ este pătratul unui număr rațional, se poate scrie:

$$\sqrt{a} = x \text{ dacă și numai dacă } x^2 = a \text{ și } x > 0.$$

Întrucât $\sqrt{0} = 0$, relația anterioară se scrie mai general, pentru $a \geq 0$, sub forma:

$$\sqrt{a} = x \text{ dacă și numai dacă } x^2 = a \text{ și } x \geq 0.$$

Exemple

1. $\sqrt{0,04} = 0,2$, deoarece $(0,2)^2 = 0,04$;

2. $\sqrt{11,56} = 3,4$, deoarece $3,4^2 = 11,56$;

3. $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$, deoarece $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$;

4. $\sqrt{\frac{121}{729}} = \frac{11}{27}$, deoarece $\left(\frac{11}{27}\right)^2 = \frac{121}{729}$.

Observații

1. Dacă numărul rațional $a > 0$ este pătratul unui număr rațional x, atunci $a = x^2 = (-x)^2$.

Exemple: **a.** $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$; **b.** $5,76 = (2,4)^2 = (-2,4)^2$.

Definiția de mai sus arată că rădăcina pătrată a lui a este un număr pozitiv. Ca urmare:

a. $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ și $\sqrt{\frac{1}{4}} \neq -\frac{1}{2}$; **b.** $\sqrt{5,76} = 2,4$ și $\sqrt{5,76} \neq -2,4$.

2. Legătura dintre operația de ridicare la pătrat și extragerea rădăcinii pătrate se păstrează și în cazul numerelor raționale, cu respectarea condiției de pozitivitate de mai sus. Deoarece modulul unui număr rațional este nenegativ și $|-x| = |x|$, pentru orice număr rațional x, din definiția rădăcinii pătrate rezultă că:

a. $(\sqrt{a})^2 = a$, pentru orice număr rațional $a \geq 0$ care este pătratul unui număr rațional;

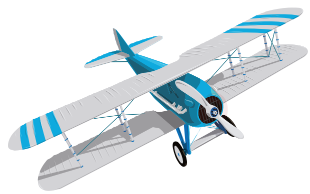
b. $\sqrt{x^2} = |x|$, pentru orice număr rațional x.

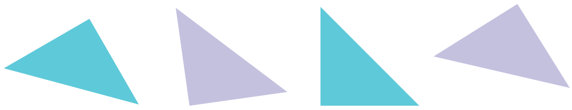
1.1

Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv

Mate practică

Pentru realizarea unui model de avion precum cel din imaginea alăturată, sunt necesare patru piese identice din placaj, sub forma unor triunghiuri dreptunghice isoscele cu catetele având lungimea de 1 dm.





Piesele se pot obține în două moduri:

1. Desenăm pe foaia de placaj un dreptunghi cu dimensiunile de 1 dm și 2 dm, îl împărțim în două pătrate de latură 1 dm, apoi facem două tăieturi pe diagonalele acestor pătrate, ca în Figura 1, obținând cele patru piese.

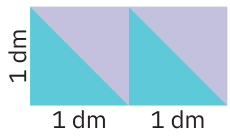


Figura 1

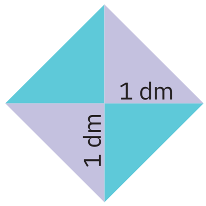


Figura 2

2. Observăm că piesele pot fi aranjate astfel încât să formeze un pătrat (Figura 2). Ne propunem să aflăm lungimea laturii acestui pătrat, pentru ca, decupându-l din altă bucată de placaj, să nu facem risipă de material.

Deoarece patrulaterele din figurile 1 și 2 au aceeași arie, de 2 dm^2, lungimea laturii pătratului este numărul pozitiv x, cu proprietatea că $x^2 = 2$. Cum nu există niciun număr rațional al cărui pătrat să fie egal cu 2, căutăm o aproximare a acestuia.

Deoarece $1^2 < 2 < 2^2$, deducem că x trebuie să fie cuprins între 1 și 2.

De fapt, pentru că $1{,}4^2 = 1{,}96$ și $1{,}5^2 = 2{,}25$, înseamnă că $1{,}4 < x < 1{,}5$. Mai precis, $1{,}41 < x < 1{,}42$, întrucât $1{,}41^2 = 1{,}9881 < 2$ și $1{,}42^2 = 2{,}0164 < 2$.

Ce observăm?

Situația practică descrisă mai sus demonstrează că există un număr pozitiv x, cu proprietatea $x^2 = 2$, a cărui valoare, chiar dacă nu poate fi indicată cu exactitate, poate fi aproximată la un număr întreg sau la o fracție zecimală finită cu una, două sau mai multe zecimale.

Asemănător, putem arăta că, pentru orice număr rațional pozitiv a, există un număr pozitiv x al cărui pătrat este a. Mai mult, se poate demonstra că x este unicul număr cu această proprietate.

Astfel, noțiunea de rădăcină pătrată se extinde la numere raționale pozitive oarecare.

De reținut

Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv a este un număr pozitiv x, cu proprietatea $x^2 = a$.

Ca mai înainte, notăm $x = \sqrt{a}$ și spunem că x este *radicalul* numărului a (sau *radical din a*).

De asemenea, sunt valabile relațiile:

a. $\sqrt{a} = x$ dacă și numai dacă $x^2 = a$;

b. $(\sqrt{a})^2 = a$, pentru orice număr rațional $a \geq 0$;

c. $\sqrt{a^2} = |a|$, pentru orice număr rațional a.

Exemple

În problema practică de mai înainte, lungimea x a laturii pătratului verifică relația $x^2 = 2$, deci, conform definiției, $x = \sqrt{2}$.

În mod asemănător, alte probleme practice conduc la concluzia că există numerele pozitive $\sqrt{3}$, $\sqrt{3{,}14}$ sau $\sqrt{\frac{5}{12}}$.

Estimarea rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv

A *estima* o cantitate înseamnă a indica o valoare aproximativă a acesteia, fără a cunoaște toate datele necesare pentru a putea formula un răspuns exact. Pentru a putea utiliza în practică un număr de forma $\sqrt{a}$, unde a este număr rațional pozitiv, vom folosi aproximări ale sale la numere întregi sau la fracții zecimale finite, încadrând numărul rațional a între pătratele a două numere raționale.

Estimarea rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv prin încadrarea între pătrate de numere raționale

Să considerăm, de exemplu, numărul rațional 5,61. Încadrăm acest număr între două pătrate perfecte consecutive: $2^2 < 5{,}61 < 3^2$, de unde rezultă că $2 < \sqrt{5{,}61} < 3$.

Prin urmare, aproximarea lui $\sqrt{5{,}61}$ la ordinul unităților este egală cu 2, dacă aproximarea se face prin lipsă, respectiv cu 3, dacă aproximarea se face prin adaos.

Pentru a determina aproximările lui $\sqrt{5{,}61}$ la ordinul zecimilor și al sutimilor, vom proceda astfel:

Pasul 1: Calculăm pătratele numerelor de forma $\overline{2{,}a}$, unde $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$.
Obținem $2{,}3^2 < 5{,}61 < 2{,}4^2$, deci $\sqrt{5{,}61} \simeq 2{,}3\dots$.

Pasul 2: Calculăm pătratele numerelor de forma $\overline{2{,}3a}$, unde $a \in \{1, 2, \dots, 9\}$.
Obținem $2{,}36^2 < 5{,}61 < 2{,}37^2$, de unde rezultă $\sqrt{5{,}61} \simeq 2{,}36\dots$.

Continuând în acest fel se pot obține aproximări cu oricâte zecimale.

Utilizarea minicalculatorului pentru aflarea valorii aproximative a rădăcinii pătrate

Folosind minicalculatorul (sau aplicații mobile sau tablete), rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv se află introducând în calculator numărul respectiv, în formă zecimală, și apăsând apoi tasta pe care este marcat semnul *radical*.

De exemplu, valoarea aproximativă a lui $\sqrt{2}$ se află apăsând, în ordine, tastele:

2 → $\sqrt{\ }$ → 1,4142135

Dacă numărul rațional este dat sub forma unei fracții ordinare, atunci folosim tasta de împărțire pentru a aduce numărul la forma zecimală, apoi apăsăm tasta radical.

Portofoliu

Consultați manualul digital pentru a studia:

- metoda babiloniană pentru determinarea valorii aproximative a rădăcinii pătrate a unui număr rațional pozitiv;
- algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv exprimat printr-o fracție zecimală finită. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați, cu două zecimale exacte, radicalul dintr-un număr natural care nu este pătrat perfect.

Observație

Tabel cu valorile radicalilor numerelor naturale cuprinse între 1 și 25				
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{6} = 2{,}4494\dots$	$\sqrt{11} = 3{,}3166\dots$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{21} = 4{,}5825\dots$
$\sqrt{2} = 1{,}4142\dots$	$\sqrt{7} = 2{,}6457\dots$	$\sqrt{12} = 3{,}4641\dots$	$\sqrt{17} = 4{,}1231\dots$	$\sqrt{22} = 4{,}6904\dots$
$\sqrt{3} = 1{,}7320\dots$	$\sqrt{8} = 2{,}8284\dots$	$\sqrt{13} = 3{,}6055\dots$	$\sqrt{18} = 4{,}2426\dots$	$\sqrt{23} = 4{,}7958\dots$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{14} = 3{,}7416\dots$	$\sqrt{19} = 4{,}3588\dots$	$\sqrt{24} = 4{,}8989\dots$
$\sqrt{5} = 2{,}2360\dots$	$\sqrt{10} = 3{,}1622\dots$	$\sqrt{15} = 3{,}8729\dots$	$\sqrt{20} = 4{,}4721\dots$	$\sqrt{25} = 5$

Investigație

Pe tablă sunt scrise numerele $a=7{,}84$ și $b=1{,}44$. Efectuați următoarele sarcini de lucru și verificați validitatea răspunsurilor voastre prin discuții cu colegii, și apoi cu profesorul. Scrieți în portofoliul personal concluziile corecte.

1. Calculați cu două zecimale exacte următoarele numere, eventual folosind calculatorul de buzunar:

$$\sqrt{a+b},\ \sqrt{a}+\sqrt{b},\ \sqrt{a-b},\ \sqrt{a}-\sqrt{b},\ \sqrt{a\cdot b},\ \sqrt{a}\cdot\sqrt{b},\ \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ și } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

2. Decideți care dintre numerele $\sqrt{a+b}$ și $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ este mai mare. Faceți același lucru pentru $\sqrt{a-b}$ și $\sqrt{a}-\sqrt{b}$, pentru $\sqrt{a\cdot b}$ și $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$, și apoi pentru $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ și $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
3. Repetați cerințele de la sarcinile de lucru 1 și 2, dacă $a=\dfrac{225}{256}$ și $b=\dfrac{4}{25}$.

Exerciții și probleme rezolvate. Idei, metode, tehnici aplicative

1. Arătați că numărul a este pătrat perfect, apoi calculați $\sqrt{a}$:

a. $a=25\cdot13+25\cdot20-25\cdot17$; b. $a=12\cdot(1+2+3+...+24)$; c. $a=14^{60}$; d. $a=3^{24}\cdot7^{12}$.

Rezolvare:

a. $a=25\cdot13+25\cdot20-25\cdot17=25\cdot(13+20-17)=25\cdot16=5^2\cdot4^2=(5\cdot4)^2=20^2$, deci a este pătrat perfect. Obținem apoi $\sqrt{a}=\sqrt{20^2}=20$.

b. $a=12\cdot(1+2+3+...+24)=12\cdot\dfrac{24\cdot25}{2}=12\cdot\dfrac{24}{2}\cdot25=12\cdot12\cdot25=12^2\cdot5^2=(12\cdot5)^2=60^2$, deci a este pătrat perfect. Obținem apoi $\sqrt{a}=\sqrt{60^2}=60$.

c. $a=14^{60}=14^{30\cdot2}=(14^{30})^2$, deci a este pătrat perfect. Obținem apoi $\sqrt{a}=\sqrt{(14^{30})^2}=14^{30}$.

d. $a=3^{24}\cdot7^{12}=(3^{12})^2\cdot(7^6)^2=(3^{12}\cdot7^6)^2$, deci a este pătrat perfect. Obținem apoi $\sqrt{a}=\sqrt{(3^{12}\cdot7^6)^2}=3^{12}\cdot7^6$.

2. Calculați:

a. $\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}+\sqrt{100}:\sqrt{25}+\sqrt{25\cdot\sqrt{81}}$; b. $\sqrt{4^2\cdot15+4^2\cdot5^2-4^3}$.

Rezolvare:

a. Calculăm mai întâi radicalii, apoi respectăm ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale:

$\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}+\sqrt{100}:\sqrt{25}+\sqrt{25\cdot\sqrt{81}}=4\cdot3+10:5+\sqrt{25\cdot9}=12+2+\sqrt{5^2\cdot3^2}=14+\sqrt{15^2}=$
$=14+15=29$.

b. $\sqrt{4^2\cdot15+4^2\cdot5^2-4^3}=\sqrt{4^2\cdot(15+5^2-4)}=\sqrt{4^2\cdot36}=\sqrt{4^2\cdot6^2}=\sqrt{24^2}=24$.

Probleme propuse

1. Precizați care dintre numerele următoare este pătrat perfect:

a. 9; b. 24; c. 63; d. 81; e. 196; f. 144; g. 336; h. 400; i 625.

2. Scrieți pătratele perfecte cuprinse între 10 și 150.
3. Copiați în caiet, apoi completați tabelul următor:

x	3	7	9		15		23		
x^2		49		100		400		625	900

4. Stabiliți dacă următoarele egalități sunt adevărate sau false:

a. $\sqrt{4}=2$; b. $\sqrt{5}=25$; c. $\sqrt{225}=15$; d. $\sqrt{100}=50$; e. $\sqrt{64}=4$; f. $\sqrt{144}=12$.

5. Calculați:

a. $\sqrt{25}$; b. $\sqrt{81}$; c. $\sqrt{1}$; d. $\sqrt{400}$; e. $\sqrt{576}$; f. $\sqrt{900}$.

6. Calculați:

a. $\sqrt{4}+\sqrt{36}$; b. $\sqrt{49}-\sqrt{9}$; c. $\sqrt{1}+\sqrt{0}+\sqrt{16}$; d. $\sqrt{100}\cdot\sqrt{9}-\sqrt{25}:5$.