Ioan-Florin Bugariu
Georgiana Cârlogea
Cristinel Severin
Dan Grigorie

Matematică pentru încredere și reușită

Înțelegere. Exersare. Succes

Clasa a V-a

I

art Klett

La matematică nu trebuie să ne temem de greșeli!

Din experiența noastră de profesori, am observat că multor elevi matematica li se pare un obiect de studiu dificil. Spre deosebire de alte materii de la școală, unde cunoașterea alfabetului latin și a vocabularului de bază al limbii române este suficient, matematica solicită învățarea încă unui limbaj, operarea cu simboluri specifice și presupune transferarea unor situații din viața de zi cu zi în acest limbaj abstract.

De aceea, ne-am propus să concepem o lucrare prin care să facem matematica mai accesibilă, să venim în întâmpinarea elevilor ce doresc să-și schimbe ținta: de la acel mult râvnit 5 la matematică, la un 7 sau, de ce nu, chiar la un 8. Și poate chiar să-i facem să iubească acest obiect de studiu și să își dorească să ajungă mai sus.

Bineînțeles, acest lucru nu este posibil peste noapte, este nevoie de multă muncă, de răbdare, pentru că de cele mai multe ori vom constata că am greșit și trebuie să o luăm de la capăt. Și mai este nevoie de susținere și de îndrumare. Dacă în ceea ce privește munca și răbdarea, noi, autorii, nu avem un cuvânt de spus, susținerea și îndrumarea ne sunt în putere și dorim să-i sprijinim pe elevii care pornesc în aventura inițiată de matematica de clasa a V-a.

Culegerea propune un sistem de învățare foarte accesibil. Am ales tipuri de probleme care să-i ajute pe elevi să-și dezvolte competențele de bază în două etape. La prima etapă prezentăm o problemă cu o rezolvare detaliată. În a doua etapă, propunem spre rezolvare probleme similare, cu alte valori, apoi cu date schimbate, dar fără a ieși din tiparul problemei rezolvate. Gradul de dificultate crește ușor când înaintăm spre finalul unei lecții. Credem că numărul generos de probleme propuse ajută, prin exersare, la însușirea noțiunilor predate în respectiva lecție.

Am folosit cuvântul *tipar* pentru că ne dorim să urmăm acest concept. În rezolvarea fiecărei probleme, ne propunem să urmăm un traseu evidențiat de matematicianul George Pólya, mai exact să răspundem la întrebările: „Care este necunoscuta?", „Ce cunoaștem?" și „Ce condiții trebuie să îndeplinim?". Când știm cum trebuie să abordăm o problemă, matematica devine mai ușoară!

Detaliem rolul celor trei întrebări în următorul exemplu.

Exemplul 1. Scrieți numerele naturale pare de două cifre, cu cifra zecilor 7.

Prima întrebare: *Care este necunoscuta?*

Citim enunțul cu atenție și observăm că substantivul „numerele" este articulat, de unde deducem că este vorba de toate numerele care îndeplinesc condiția. Deci nu ne oprim când găsim o soluție, pentru că trebuie să găsim toate soluțiile posibile.

A doua întrebare: *Ce cunoaștem?*

Cunoaștem faptul că necunoscutele se află printre numerele naturale de două cifre.

A treia întrebare: *Ce condiții trebuie să îndeplinim?*

În enunț găsim expresia „numere pare de două cifre, cu cifra zecilor 7”. De aici extragem două informații importante:

1. Numerele căutate au cifra zecilor 7, așa că mă voi gândi la numerele 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79.
2. Este vorba despre numere pare, deci ultima cifră poate fi doar 0, 2, 4, 6 sau 8, așa că rămân ca soluție numerele 70, 72, 74, 76, 78.

Observăm că a fost necesar să citim enunțul de mai multe ori. Este ceea ce trebuie să facem **de fiecare dată** când rămânem fără idei de rezolvare sau greșim, pentru că la matematică nu trebuie să ne fie teamă de greșeli. Dacă am greșit, o luăm de la capăt!

În cadrul problemelor rezolvate nu veți întâlni cele trei întrebări ca atare, pentru că ne dorim ca acest instrument de lucru să poată fi utilizat natural, fără obstacole. În cadrul lecției, rezolvarea problemei dată mai sus ca exemplu este prezentată astfel, pe pași:

Numere de două cifre cu cifra zecilor 7 → 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79;

Numere pare → ultima cifră trebuie să fie 0, 2, 4, 6, 8;

Numerele căutate → 70, 72, 74, 76, 78.

Rezolvările sunt prezentate schematic, dar în detaliu, pentru a fi înțelese și reținute ușor. Acolo unde în rezolvare apar noțiuni de teorie mai dificile, cum ar fi, de exemplu, *Suma lui Gauss*, am prevăzut mici casete în care explicăm noțiunea respectivă.

Am conceput structura acestei culegeri urmând îndeaproape programa școlară, astfel că titlurile lecțiilor din culegere reproduc conținuturile acesteia. Prin problemele propuse dorim să dezvoltăm capacitatea de abstractizare a copiilor și utilizăm, de multe ori, ca punct de pornire un subiect din realitatea imediată. Unele probleme sunt amuzante, în încercarea de a-i captiva pe copii. Tipurile diferite de itemi evită instalarea plictiselii, iar uneori problema poate să devină joc.

Fiecare lecție se finalizează cu două teste de autoevaluare, în vederea verificării cunoștințelor. La fiecare două-trei lecții există, în plus, teste de recapitulare, iar la finalul fiecărui capitol, formule și rezultate utile, la care elevii pot recurge pentru reamintirea cunoștințelor. Cele două volume ale culegerii conțin soluții, cu rezolvări detaliate, atunci când am considerat că este necesar, pentru ca elevul care dorește să lucreze singur să se poate verifica și să-și îmbunătățească maniera de redactare. Pentru a ne atinge scopul, folosim culori, imagini și o grafică atractivă; astfel, facem accesibile noțiunile ce par de neînțeles. Ca să vă orientați ușor în carte, am stabilit un cod, prin care veți deosebi problemele rezolvate de cele propuse, problemele pe care e indicat să le rezolvați individual de cele pe care vă propunem să le rezolvați în echipă, cu un coleg.

Vă dorim succes!

problemă rezolvată

problemă propusă

activitate în echipă 

metodă de calcul rapid 

Cuprins

Capitolul II

Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

1 Metoda reducerii la unitate

1. Stabiliți dacă următoarele mărimi depind una de cealaltă:

a. prețul unei plase de mere și numărul de kilograme de mere din plasă;

Da, depind una de cealaltă. Cu cât avem mai multe kilograme de mere în plasă, cu atât vom plăti mai mult.

b. greutatea unei plase cu banane și numărul de kilograme de banane din plasă;

c. numărul de muzicieni dintr-o formație și durata unei melodii;

d. numărul de ouă dintr-o oală și timpul de fierbere al acestora, considerând că punem ouăle în oală când apa clocotește;

e. numărul de kilometri parcurși de o mașină și viteza mașinii într-o oră;

f. numărul de sportivi dintr-o echipă și numărul de suporteri ai acelei echipe;

g. numărul de muncitori și durata de execuție a unei lucrări.

Observație:

- Spunem că două mărimi au **același comportament** dacă o mărime scade (crește) de un număr de ori, atunci și cealaltă scade (crește) de același număr de ori.
- Spunem că două mărimi au **comportament diferit** dacă o mărime scade (crește) de un număr de ori, iar cealaltă crește (scade) de același număr de ori.

2. Stabiliți comportamentul următoarelor mărimi:

a. Greutatea unei plase cu morcovi și numărul de kilograme de morcovi din plasă;

Mărimile au același comportament. Cu cât punem mai multe kilograme de morcovi în plasă, cu atât plasa va fi mai grea.

b. numărul de tractoare care ară un câmp și timpul în care acestea termină de arat câmpul;

c. numărul de tractoare care ară un câmp și suprafața câmpului pe care acestea reușesc să îl are în 2 ore;
d. numărul de suporteri aflați la un meci și banii câștigați din vânzarea biletelor;
e. latura unui pătrat și perimetrul acestuia;
f. aria unei pardoseli și numărul de plăci de gresie necesare pentru acoperirea acesteia;
g. numărul de robinete (cu același debit) și timpul de umplere al unui bazin.

3. Mihai a plătit pentru 10 bilete la teatru 2 500 de lei. Știind că biletele au același preț, determinați cât a costat un bilet.

Extragem datele problemei:
10 bilete .... 2500 lei
1 bilet .... ?

Analizăm problema:
Cu cât cumpără mai multe bilete, cu atât plătește mai mult. Deci mărimile noastre au același comportament.

Mărimile au același comportament → împărțire → 2500 : 10 = 250 lei (prețul unui bilet).

4. Șapte porumbei au mâncat împreună 196 de boabe de porumb. Știind că fiecare porumbel a mâncat același număr de boabe de porumb, câte boabe de porumb a mâncat un porumbel?

5. Opt pești de aceeași dimensiune cântăresc 2000 de grame. Cât cântărește un singur pește?

6. Trei tractoare ară un teren în 4 ore. În câte ore va ara terenul un singur tractor?

Extragem datele problemei:
3 tractoare .... 4 ore
1 tractor .... ?

Analizăm problema:
Cu cât lucrează mai multe tractoare, cu atât timpul necesar pentru arat este mai mic. Deci, mărimile noastre au comportament diferit.

Mărimile au comportament diferit → înmulțire → $3 \cdot 4 = 12$ ore (timpul necesar unui tractor pentru a ara singur terenul).

7. Un bazin este umplut de 5 robinete care curg, cu același debit, în 7 ore. În câte ore va umple bazinul un singur robinet?

8. O lucrare este finalizată de 6 muncitori în 8 ore. În câte ore va termina aceeași lucrare un singur muncitor?

2. Determinăm numitorul comun astfel: scriem multiplii nenuli ai lui 3 și ai lui 5 în ordine crescătoare, până găsim multiplul comun.
$\mathcal{M}_3$: 3, 6, 9, 12, 15, ...
$\mathcal{M}_5$: 5, 10, 15, ...
Cel mai mic multiplu comun al numitorilor este 15.
3. Aducem fracțiile la numitorul comun găsit la pasul 2.
$15 = 3 \cdot 5 \rightarrow$ deoarece numitorii 3 și 5 sunt numere prime între ele, fiecare fracție se amplifică cu numitorul celeilalte.

Observație. Dacă numitorii fracțiilor sunt numere prime între ele, atunci numitorul comun este egal cu produsul numitorilor fracțiilor date.

4. Adunăm fracțiile cu același numitor.
Scriem la rezultat o fracție cu numitorul 15; pentru a obține numărătorul, adunăm numărătorii fracțiilor obținute după amplificare:

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{5}={}^{5)}\frac{2}{3}+{}^{3)}\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}+\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{10}{15}+\frac{6}{15}=\frac{10+6}{15}=\frac{16}{15}$$

b. $\frac{1}{4}+\frac{4}{5}$; c. $\frac{2}{3}+\frac{2}{5}$; d. $\frac{5}{6}+\frac{2}{7}$; e. $\frac{2}{9}+\frac{2}{11}$;
f. $\frac{6}{5}+\frac{7}{8}$; g. $\frac{3}{5}+\frac{11}{7}$; h. $\frac{12}{13}+\frac{9}{6}$.

13. Efectuați:

a. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{19}{12}$;
b. $\frac{4}{9}+\frac{7}{6}$; c. $\frac{7}{10}+\frac{8}{15}$; d. $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$; e. $\frac{3}{12}+\frac{2}{18}$; f. $\frac{13}{20}+\frac{11}{30}$.

14. Efectuați:

a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$;

Căutăm cel mai mic multiplu comun al numitorilor. Pentru a nu scrie foarte mulți multipli, este util să scriem multiplii pentru numărul cel mai mare, apoi să continuăm descrescător.
$\mathcal{M}_8$: 8, 16, ...
$\mathcal{M}_4$: 4, 8, 12, ...
$\mathcal{M}_2$: 2, 4, 6, 8, ...
[2, 4, 8] = 8

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}={}^{4)}\frac{1}{2}+{}^{2)}\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{1\cdot 4}{2\cdot 4}+\frac{1\cdot 2}{4\cdot 2}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

b. $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$; c. $\frac{1}{5}+\frac{7}{15}+\frac{11}{30}$; d. $\frac{7}{45}+\frac{11}{90}+\frac{101}{180}$.

15. Efectuați și scrieți rezultatul sub formă de fracție ireductibilă:

a. $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{5}{3}+\frac{1}{2}=\frac{39}{12}$; b. $\frac{1}{5}+\frac{7}{6}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$; c. $\frac{4}{9}+\frac{5}{6}+\frac{7}{3}+\frac{1}{2}$;